

Série de TD n°3

Représentation d'état des systèmes L.T.I

Exercice n°1

Donner les matrices de représentation d'état des fonctions de transfert ci-dessous sous la forme :

a) compagne de commande et

b) compagne d'observation

1) $1/(4s+1)$; 2) $5(0.5s+1)/(0.1s+1)$; 3) $(2s+1)/(s^2+3s+2)$; 4) $(s+3)/s(s^3+2s+2)$;

5) $(s+10)(s^2+s+25)/(s^2(s+3)(s^2+s+36))$.

Exercice n°2

On considère le système décrit par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -20 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 25 & \frac{-500}{19} & \frac{25}{19} \end{bmatrix} x$$

1) Quel est le nom de la matrice $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -20 \end{bmatrix}$?

2) Quel est l'ordre du système ?

3) Quels sont les pôles du système ?

4) Le système est-il stable en boucle ouverte ? Pourquoi ?

5) Nommer la forme de la représentation d'état ci-dessus

6) Déterminer la fonction de transfert du système.

7) Déterminer l'équation différentielle du système.

Exercice n°3

Un processus a été identifié sous la forme :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad y = [1 \ 0] x$$

- Représenter le schéma analogique de ces équations.
- Effectuer le changement d'état qui conduit à une équation où la matrice d'état est diagonale. Quelles sont alors les nouvelles équations d'état et de mesure ?
- Représenter le schéma analogique des équations ainsi obtenues.

Exercice n°4

Soit un processus monovarié décrit par ses équations d'état et de mesure :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] x$$

Déterminer la fonction de transfert $y(p)/u(p)$ de ce processus.

Exercice n°5

Soit le processus monovarié décrit par les équations :

$$\dot{x} = A x + b u \quad \text{avec } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0 \ 1]$$

$$y = c x$$

- Effectuer le changement d'état qui conduit à une matrice d'état contenant un bloc de Jordan.
- Construire le schéma analogique des équations d'état et de mesure initiales, ainsi que celui des équations obtenues après transformation.