



LƯỢNG GIÁC

I. Công thức lượng giác :

1. Hệ thức cơ bản :

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1$
$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$1 + \operatorname{cotg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

2. Các cung liên kết : Đối - Bù - Phụ - Hơn kém $\pi ; \frac{\pi}{2}$

$\cos(-x) = \cos x$	$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
$\sin(-x) = -\sin x$	$\operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg} x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\operatorname{tg}(\pi - x) = -\operatorname{tg} x$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\operatorname{cotg}(\pi - x) = -\operatorname{cotg} x$

$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$	$\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - x) = \operatorname{cotg} x$
$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$	$\operatorname{cotg}(\frac{\pi}{2} - x) = \operatorname{tg} x$

$\sin(x + \pi) = -\sin x$	$\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x$
$\cos(x + \pi) = -\cos x$	$\operatorname{cotg}(x + \pi) = \operatorname{cotg} x$

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$	$\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\operatorname{cotg} x$
$\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$	$\operatorname{cotg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\operatorname{tg} x$



3. Công thức cộng :

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

4. Công thức nhân đôi :

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2 \cos^2 x - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

5. Công thức biểu diễn $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ theo $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$:

$$\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$$

$$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{2t}{1 - t^2}$$

6. Công thức nhân ba :

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos^3 x = \frac{3 \cos x + \cos 3x}{4}$$

$$\sin^3 x = \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4}$$



7. Công thức biến đổi :

a/. Tích thành tổng :

- $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$
- $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$
- $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$

b/. Tổng thành tích :

- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
- $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}$
- $\operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \cdot \sin y}$
- $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}$
- $\operatorname{cotg} x - \operatorname{cotg} y = \frac{\sin(y-x)}{\sin x \cdot \sin y}$

Đặc biệt :

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$1 \pm \sin 2x = (\sin x \pm \cos x)^2$$

II. Phương trình lượng giác :

1. Phương trình cơ bản :

a/. $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Đặc biệt : $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$; $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$

b/. $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ Xuctu.com®

Đặc biệt : $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$; $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$
 $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

c/. $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

d/. $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

2. Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác :

Cách giải : Đặt $t = \sin x$ (hoặc $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$) ta có phương trình

$$a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

Nếu $t = \cos x$ hoặc $t = \sin x$ thì có điều kiện $-1 \leq t \leq 1$

3. Phương trình bậc nhất theo sinx và cosx :

$$a.\sin x + b.\cos x = c \quad a, b \neq 0$$

Điều kiện có nghiệm : $a^2 + b^2 \geq c^2$

Cách giải : Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ và sau đó đưa về phương trình lượng giác cơ bản

4. Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với sinx và cosx :

$$a.\sin^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\cos^2 x = 0$$

Cách giải :

Xét $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ có phải là nghiệm không?

Xét $\cos x \neq 0$ chia 2 vế cho $\cos^2 x$ và đặt $t = \tan x$

5. Phương trình dạng : $a.(\sin x \pm \cos x) + b.\sin x.\cos x = c$

Cách giải : Đặt $t = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin(x \pm \frac{\pi}{4})$; $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$

$$\Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{t^2 - 1}{2} \quad (\text{hoặc } \sin x.\cos x = \frac{1 - t^2}{2})$$

và giải phương trình bậc hai theo t

III. Hệ thức lượng trong tam giác :

1. Định lý hàm số cosin :

Xuctu.com®

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

2. Định lý hàm số sin :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Công thức tính độ dài trung tuyến :

$$m_a = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}} ; m_b = \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}} ; m_c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$$

4. Công thức tính diện tích tam giác :

$$S = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2} bc.\sin A = \frac{1}{2} ac.\sin B = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$$S = p.r ; S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP. HCM

TRUNG TÂM LUYỆN THI ĐẠI HỌC VĨNH VIỄN

• 115 Lý Chính Thắng - Quận 3

- ĐT : 846 9886

• 481 Trường Chinh - P.14 - Q.TB

- ĐT : 810 5851

(Đối diện Trung tâm dạy nghề Tân Bình, vào 30m)

• 33 Vĩnh Viễn - Q.10 (Trường CĐ Kinh Tế)

- ĐT : 830 3795