

I. PH N CHUNG CHO T T C THÍ SINH (7,0 i m)

Câu 1 (2,0 i m) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

- 1) Kh o sát s bi n thiên và v th (C) hàm số .
- 2) Xác nh giá trị $m > 3$ ng th ng $y = m$ c t th (C) t i hai i m phân bi t M, N sao cho tam giác IMN vuông t i I, v i i m $I(0; 3)$

Câu 2 (1,0 i m) Gi i ph ng trình $\sin 2x - \cos 4x + \sin x + \cos x = 0$

Câu 3 (1,0 i m) Gi i h ph ng trình
$$\begin{cases} \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(y+3)^2} = \frac{8}{(x+y+5)^2} \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} = \sqrt{3x+y-6} \end{cases}$$

Câu 4 (1,0 i m) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\ln(5 \sin x + 2 \cos x)}{\cos^2 x} dx$

Câu 5 (1,0 i m) Cho hình l ng tr u ABC.A'B'C', có c nh áy b ng a, kho ng cách gi a hai

ng th ng BC' và A'C b ng $\frac{a\sqrt{15}}{10}$. Tính th tích kh i l ng tr ABC.A'B'C' và góc gi a hai m t

ph ng (A'BC) và (C'AB)

Câu 6 (1,0 i m) Cho a, b, c các số đ ng th a mãi $a + b + c = 3$. Tìm giá trị l n nh t c a bi u th c

$$P = a \cdot \sqrt{\frac{a(b+c)}{a^2+bc}} + b \cdot \sqrt{\frac{b(c+a)}{b^2+ca}} + c \cdot \sqrt{\frac{c(a+b)}{c^2+ab}}$$

II. PH N RIÊNG (3,0 i m): Thí sinh ch c làm m t trong hai ph n (ph n A ho c ph n B)

A. Theo ch ng trình Chu n

Câu 7a (1,0 i m) Trong m t ph ng t a Oxy, cho tam giác ABC có bán kính ng tròn ngo i t i p $R = 5\sqrt{5}$, c nh AB có ph ng trình: $x + y = 0$, ng trung tuy n AI có ph ng trình: $x + 2y - 6 = 0$, i m $M(-3; 9)$ n m trên c nh AC. Tìm t a các nh B và C c a tam giác ABC.

Câu 8a (1,0 i m) Trong không gian Oxyz, cho m t ph ng (P): $x + y - 6z + 31 = 0$ và hai

th ng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{1}$, $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+2}{1}$. Tìm i m $A \in d_1$, $B \in d_2$ và $C \in (P)$ sao cho t ng $AB + BC$ t giá trị nh nh t.

Câu 9a (1,0 i m) Tìm số ph c z có mô un l n nh t, nh nh t th a mãi i u ki n $\left| \frac{\bar{z} + 3 - 3i}{z + 1 + 2i} \right| = \sqrt{2}$

B. Theo ch ng trình Nâng cao

Câu 7b (1,0 i m) Trong m t ph ng t a Oxy, cho ng tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ và ng th ng $\Delta: x - y + 12 = 0$. Tìm i m M trên ng th ng Δ sao cho t M k c hai t i p tuy n MA, MB n ng tròn (C) (A, B là hai t i p i m) và kho ng cách t $K(-1; -1)$ n ng th ng AB l n nh t.

Câu 8b (1,0 i m) Trong không gian t a Oxyz cho ng th ng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$ và hai i m $A(-1; 1; 2)$, $B(1; 0; 1)$. Vì t ph ng trình ng th ng d i qua i m B và c t ng th ng Δ sao cho kho ng cách t A n ng th ng d là l n nh t, nh nh t.

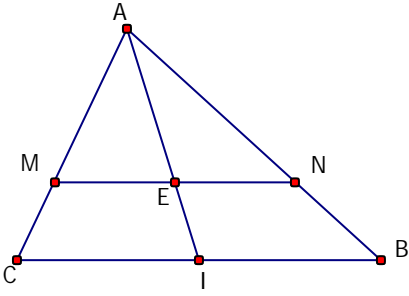
Câu 9b (1,0 i m) Gi i h ph ng trình

$$\begin{cases} \log_{2+x}(6+3x-2y-xy) + \log_{3-y}(x^2+4x+4) = 4 \\ \log_{2+x}(5+y) + \log_{3-y}(x-1) = 1 \end{cases}$$

[illegible]

Câu	áp án	i m
2)	$+ \sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $+ \sin 3x - \cos 3x = -1 \Leftrightarrow \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{m2\pi}{3} \end{cases}, m \in \mathbb{Z}$	0,25 0,25
Câu 3 (1,0 i m)	$\begin{cases} \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(y+3)^2} = \frac{8}{(x+y+5)^2} (1) \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} = \sqrt{3x+y-6} (2) \end{cases}$ $+ \forall a > 0, b > 0 \text{ ta có } (a+b)^2 \geq 4ab \text{ và } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{2}{ab}.$ $\text{Suy ra } (a+b)^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \geq 8, \text{ d u } \text{ng th c x y ra khi và ch khi } a = b (*)$ $+ \forall i \text{ i u ki n } x+1 \geq 0, y-3 \geq 0 \text{ và } 3x+y-6 \geq 0 \text{ suy ra } x+2 > 0 \text{ và } y+3 > 0$	0,25
3)	$\text{Áp d ng } (*), \text{ ta có } (1) \Leftrightarrow (x+y+5)^2 \left(\frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(y+3)^2} \right) = 8$ $\Leftrightarrow x+2 = y+3 \Leftrightarrow y = x-1$ $+ \text{Th } y = x-1 \text{ vào } (2) \text{ ta có } \sqrt{x+1} + \sqrt{x-4} = \sqrt{4x-7}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x-3+2\sqrt{(x+1)(x-4)} = 4x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \sqrt{x^2-3x-4} = x-2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2-3x-4 = x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 8$ $\text{V y h có nghi m duy nh t } (x, y) = (8, 7)$	0,25 0,25
Câu 4 (1,0 i m)	$I = \int_0^{\pi/4} \frac{\ln(5 \sin x + 2 \cos x)}{\cos^2 x} dx$ $\text{t } u = \ln(5 \sin x + 2 \cos x) \Rightarrow du = \frac{5 \cos x - 2 \sin x}{5 \sin x + 2 \cos x} dx$ $dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \Rightarrow v = \tan x + \frac{2}{5} = \frac{5 \sin x + 2 \cos x}{5 \cos x}.$	0,25
4)	$\text{Áp d ng tích phân t ng ph n ta có}$ $I = \left(\tan x + \frac{2}{5} \right) \ln(5 \sin x + 2 \cos x) \Big _0^{\pi/4} - \int_0^{\pi/4} \frac{5 \cos x - 2 \sin x}{5 \cos x} dx$ $= \frac{7}{5} \ln \frac{7\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{5} \ln 2 - \int_0^{\pi/4} \left(1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \right) dx$ $= \frac{7}{5} \ln \frac{7\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{5} \ln 2 - \left(x + \frac{2}{5} \ln \cos x \right) \Big _0^{\pi/4}$ $= \frac{7}{5} \ln \frac{7\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{5} \ln \sqrt{2} - \frac{\pi}{4}$	0,25 0,25

[illegible]

Câu	áp án	i m
7a)	<p>II. PHẦN RIÊNG (3,0 i m) A. Theo chương trình Chuẩn Câu 7a (1,0 i m)</p> <p>+ $A = AI \cap AB$. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=0 \\ x+2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=6 \end{cases}$. Suy ra $A(-6, 6)$</p> <p>+ Qua M kẻ đường thẳng song song với BC cắt AI tại E, cắt AB tại N thì E là trung điểm MN</p> <p>+ $E(6-2t, t) \in AI, N(n, -n) \in AB$</p> <p>E trung điểm MN $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_E = x_M + x_N \\ 2y_E = y_M + y_N \end{cases}$</p>  <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(6-2t) = -3+n \\ 2t = 9-n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=3 \\ t=3 \end{cases}$. Suy ra $N(3, -3)$</p> <p>+ Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN có dạng $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$</p> <p>Vì đường tròn qua 3 điểm $A(-6, 6), M(-3, 9), N(3, -3)$ ta có</p> $\begin{cases} -12a+12b+c=-72 \\ -6a+18b+c=-90 \\ 6a-6b+c=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-3 \\ c=-36 \end{cases}$ <p>Tính được bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAMN là $R_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = 3\sqrt{5}$</p> <p>+ Hai tam giác ABC và ANM đồng dạng $\Rightarrow \frac{AC}{AM} = \frac{AB}{AN} = \frac{R}{R_1} = \frac{5}{3}$</p> <p>Vì M trên cạnh AC nên $\overrightarrow{AC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow C(-1, 11)$</p> <p>Tính được $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AN} \Rightarrow B(9, -9)$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
8a)	<p>Câu 8a (1,0 i m)</p> <p>+ d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$, d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (3; 3; 1)$ và qua $M_2(-2; -3; -2)$</p> <p>(P) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; -6)$. Do $\vec{n} \cdot \vec{u}_2 = 0$ và $M_2 \notin (P)$ suy ra $d_2 \parallel (P)$</p> <p>+ $B \in d_2, C \in (P)$. Ta có BC vuông góc với (P) $\Leftrightarrow BC \perp (P)$</p> <p>$A(2+t; 1-t; 5+t), B(-2+3m; -3+3m; -2+m),$ $\overrightarrow{AB} = (-4+3m-t; -4+3m+t; -7+m-t)$</p> <p>AB vuông góc với (P) $\Leftrightarrow AB$ là pháp tuyến chung của d_1 và d_2</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4+3m-t+4-3m-t-7+m-t=0 \\ 3(-4+3m-t)+3(-4+3m+t)-7+m-t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-51/28 \\ m=43/28 \end{cases}$</p> <p>Suy ra $A(\frac{5}{28}; \frac{79}{28}; \frac{89}{28}), B(\frac{73}{28}; \frac{45}{28}; -\frac{13}{28})$</p> <p>+ Đường thẳng qua $B(\frac{73}{28}; \frac{45}{28}; -\frac{13}{28})$ vuông góc với (P) nên $\vec{n} = (1; 1; -6)$ làm</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu	áp án	i m
9a)	<p>VTCP nên có ph trình $\begin{cases} x = \frac{73}{28} + t \\ y = \frac{45}{28} + t \\ z = -\frac{13}{28} - 6t \end{cases}$. T a i m C ng tham s t là nghi m</p> <p>pt : $\frac{73}{28} + t + \frac{45}{28} + t - 6(-\frac{13}{28} - 6t) + 31 = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Suy ra $C(\frac{45}{28}; \frac{17}{28}; \frac{155}{28})$</p> <p>Câu 9a (1,0 i m)</p> <p>G i $z = x + iy$, ta có $\left \frac{\bar{z} + 3 - 3i}{z + 1 + 2i} \right = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 + (y+3)^2 = 2[(x+1)^2 + (y+2)^2] \quad (1) \\ (x+1)^2 + (y+2)^2 \neq 0 \quad (2) \end{cases}$</p> <p>$(1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$</p> <p>Ta có $z = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2x - 2y + 8} = \sqrt{2(x-1) - 2(y+1) + 12}$</p> <p>Áp d ng B T Bunhiacôpxki ta có $[2(x-1) - 2(y+1)]^2 \leq 8[(x-1)^2 + (y+1)^2] = 80$</p> <p>$\Leftrightarrow 12 - 4\sqrt{5} \leq 2(x-1) - 2(y+1) + 12 \leq 12 + 4\sqrt{5}$</p> <p>$\Leftrightarrow \sqrt{12 - 4\sqrt{5}} \leq z \leq \sqrt{12 + 4\sqrt{5}}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
7b)	<p>Max $z = \sqrt{12 + 4\sqrt{5}}$ khi và ch khi $\begin{cases} x-1 = -(y+1) \\ 2(x-1) - 2(y+1) = 4\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{5} \\ y = -(1 + \sqrt{5}) \end{cases}$</p> <p>t c $z = (1 + \sqrt{5}) - (1 + \sqrt{5})i$</p> <p>Min $z = \sqrt{12 - 4\sqrt{5}}$ khi và ch khi $\begin{cases} x-1 = -(y+1) \\ 2(x-1) - 2(y+1) = -4\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{5} \\ y = -(1 - \sqrt{5}) \end{cases}$</p> <p>t c $z = (1 - \sqrt{5}) - (1 - \sqrt{5})i$</p> <p>B. Theo ch ng trình Nâng cao</p> <p>Câu 7b (1,0 i m)</p> <p>+ ng tròn (C) có tâm I(2, -4) và bán kính R = 5.</p> <p>$d(I, \Delta) = 9\sqrt{2} > 5 = R \Rightarrow \Delta$ không c t (C). T M(m, m+12) $\in \Delta$ luôn có hai ti p tuy n n (C) v i A, B là hai ti p i m. i m A và B n m trên ng tròn ng kính MI có tâm J($\frac{m+2}{2}, \frac{m+8}{2}$) và bán kính $R_1 = \frac{1}{2}MI = \frac{1}{2}\sqrt{(m-2)^2 + (m+16)^2}$</p> <p>Ph ng trình ng tròn ng kính MI:</p> <p>$\left(x - \frac{m+2}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{m+8}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}[(m-2)^2 + (m+16)^2]$</p> <p>$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - (m+2)x - (m+8)y - 2m - 48 = 0$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
8b)	<p>+ T a i m A và B là nghi m h ph ng trình</p> <p>$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - (m+2)x - (m+8)y - 2m - 48 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0 \\ (m-2)x + (m+16)y + 2m + 43 = 0 \end{cases}$</p> <p>Suy ra ph ng trình ng th ng AB: $(m-2)x + (m+16)y + 2m + 43 = 0$</p> <p>+ $d(K, AB) = \frac{ 29 }{\sqrt{(m-2)^2 + (m+16)^2}} = \frac{29}{\sqrt{2(m+7)^2 + 162}} \leq \frac{29}{9\sqrt{2}}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

